

Методические рекомендации к организации и проведению выпускных экзаменов по завершении обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования по учебному предмету «Математика» в 2022/2023 учебном году

При подготовке, организации и проведении выпускных экзаменов по завершении обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования по учебному предмету «Математика» следует строго соблюдать требования нормативных правовых документов и инструктивно-методических писем, разработанных Министерством образования Республики Беларусь:

Кодекс Республики Беларусь об образовании (далее – Кодекс);

Постановление Министерства образования Республики Беларусь «**Положение об учреждении общего среднего образования**», утвержденное 19.09.2022 №322;

Постановление Министерства образования Республики Беларусь «**О перечне учебных предметов, по которым проводятся итоговые испытания, видах, формах и сроках проведения итоговых испытаний в 2022/2023 учебном году**», утвержденное 23.08.2022 № 278 (далее – *Постановление МО РБ от 23.08.2022 №278*);

Постановление Министерства образования Республики Беларусь «**Об аттестации учащихся при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования**» (с изменениями и дополнениями), утвержденное от 11.07.2022 №184 (далее – *Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184*);

Методические указания по организации контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, применению норм оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам, утвержденные заместителем Министра образования Республики Беларусь 15.09.2022 (далее – *Методические указания от 15.09.2022*);

Постановление Министерства образования Республики Беларусь «**О документах об образовании, приложениях к ним, золотой, серебряной медалях и документах об обучении**», утвержденное 19.08.2022 № 274;

Информационное письмо Министерства образования Республики Беларусь от 02.02.2023 «О завершении учебных занятий, окончании 2022/2023 учебного года при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, образовательной программы специального образования на уровне общего среднего образования» (далее – *Информационное письмо МО РБ о завершении учебного года*);

Метадычныя рэкамендацыі па фарміраванні культуры вуснага і пісьмовага маўлення ва ўстановах адукацыі, якія рэалізуюць адукацыйныя праграмы агульнай сярэдняй адукацыі, якія зацверджаны намеснікам Міністра адукацыі Рэспублікі Беларусь ад 07.07.2022 (далее – *Метадычныя рэкамендацыі*).

При проверке экзаменационных работ должны соблюдаться как общие, так и частнопредметные требования. К общим правилам относится:

№ п/п	Требование	Обоснование
1	Выпускные экзамены по завершении обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования проводятся 1, 5, 7 июня 2023 года	Информационное письмо МО РБ о завершении учебных занятий, с. 7.
2	Выпускной экзамен по учебному предмету «Математика» начинается в 9.00. На проведение выпускных экзаменов по завершении обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования по учебному предмету «Математика» отводится 4 астрономических часа	Информационное письмо МО РБ о завершении учебных занятий, с. 5 - 6. Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п.49.
3	Задания для проведения выпускного экзамена объявляются через средства массовой информации (телевидение и радио), размещаются на портале Министерства образования Республики Беларусь (edu.gov.by/Общее среднее образование/ Окончание 2022/2023 учебного года)	Информационное письмо МО РБ о завершении учебных занятий, с. 6.
4	Выпускные экзамены проводятся по текстам, содержащимся в сборниках экзаменационных материалов, утверждаемых Приказом Министра образования Республики Беларусь от 06.11.2019 №803. <i>Сборник заданий для выпускного экзамена за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования. Издательство «Национальный институт образования», 2020, 2021, 2022, 2023 годы издания (Зборнік заданняў для выпускнога экзамену па вучэбным прадмеце “Матэматыка” за перыяд навучання і выхавання на II ступені агульнай сярэдняй адукацыі. Выдавецтва “Нацыянальны інстытут адукацыі”, 2020, 2023 гады выдання)</i>	Информационное письмо МО РБ о завершении учебных занятий, с.7. Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п. 47.
5	Выпускные экзамены принимаются экзаменационными комиссиями,	Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п.п.46, 48.

	<p>состав которых утверждается руководителем учреждения образования не позднее, чем за две недели до начала выпускных экзаменов (расписание – выпускных экзаменов – не позднее чем за десять дней до начала выпускных экзаменов).</p> <p>В состав комиссии входит председатель (руководитель учреждения образования) и два члена комиссии.</p> <p>Председателем экзаменационной комиссии не может быть учитель, преподававший в данном классе учебный предмет «Математика»</p> <p>Необходимо обратить особое внимание на качественный состав экзаменационных комиссий для приема выпускных экзаменов.</p>	
6	Учащимся выдаются двойные листы бумаги (тетрадь) со штампом учреждения образования для выполнения письменной экзаменационной работы, которые складываются один в один.	Метадычныя рэкамендацыі ад 07.07.2022, п.23, с.8.
7	Дата выполнения экзаменационной работы записывается на штампе учреждения образования. Например, <i>1 июня 2023 г.</i>	Метадычныя рэкамендацыі ад 07.07.2022, п.23, с.8.
8	После штампа учреждения образования пропускается четыре клетки вниз и посередине строки титульного листа экзаменационной работы делается следующая запись: <i>Экзаменационная работа по математике учащегося 9 «А» класса Станкевича Сергея Ивановича</i>	Метадычныя рэкамендацыі ад 07.07.2022, п.23, с.8, с.27 (дадатак 7).
9	Номер варианта записывается посередине на обратной стороне титульного листа. Например, <i>Вариант 13</i>	Метадычныя рэкамендацыі ад 07.07.2022, п.23, с.9
10	Между записью номера варианта и первым заданием, решением, ответом пропускается, например, 1 клетка вниз.	Метадычныя рэкамендацыі, п.22, с.8.

11	Условия заданий экзаменационной работы не переписываются.	Метадычныя рэкамендацыі, п.23, с.11.
12	Поля отводятся с внешней стороны экзаменационного листа (при их отсутствии).	Метадычныя рэкамендацыі, п.22, с.8.
13	При выполнении записей соблюдается красная строка.	Метадычныя рэкамендацыі, п.20, с.8.
14	Записи выполняются шариковой ручкой, чисто и аккуратно, разборчивым почерком, с соблюдением орфографических и пунктуационных норм, без использования корректора.	Метадычныя рэкамендацыі, п.20, с.8.
15	Графики, чертежи, схемы выполняются простым карандашом или шариковой ручкой, при необходимости – с применением циркуля и линейки.	Метадычныя рэкамендацыі, п.21, с.8.
16	Учащиеся осуществляют исправления ошибок, зачеркивая тонкой горизонтальной линией ошибочно написанное слово, предложение, число, выражение (без использования корректора); затем над зачеркнутым словом, предложением, числом, выражением делают правильную запись.	Метадычныя рэкамендацыі, п.20, с.8.
17	Слово «Решение» пишется сразу после номера задания. Например, <i>1. Решение.</i>	Оформление решений задач зависит от того, по какому учебному пособию занимаются учащиеся. Важно, чтобы новая мысль начиналась с красной строки; необходимо правильно располагать математические знаки в строке, черту дроби и знак равенства, применять обозначения единиц измерений (если указаны в задании); в записях должны быть выделены основные этапы выполнения задания, соблюдена их логическая последовательность.
18	Ответ записывается на новой строке после выполнения задания. Например, <i>Ответ: 3 см.</i> <i>Комментарий:</i> <i>если размерности в задаче нет, то ее и не нужно писать.</i> При записи ответа заданий №№1, 2 (с выбором ответа) в ответ записывается номер правильного ответа и вариант ответа. Например, Ответ: а) $t^2 - 5m$. Если в качестве выбора ответа предлагается рисунок (например, вариант 28, №2) и в условии не требуется перенести рисунок в	Не следует требовать от учащихся излишне развернутых обоснований. При выполнении записей не стоит увлекаться использованием математической символики. <i>Комментарий:</i>

	<p>тетрадь, достаточно записать букву правильного варианта ответа (Ответ: б)</p> <p>В случае, если необходимо выполнить вычисления в заданиях №№1, 2, требуется краткая запись решения.</p> <p><i>Комментарий:</i> например, вариант 77.</p> <p>2. Решение.</p> <p>Пусть x – длина площадки, тогда ширина равна $(x-20)$.</p> $x(x - 20) = 1500$ $x^2 - 20x - 1500 = 0$ <p>По теореме, обратной теореме Виета, $x_1=50$, $x_2= -30$ – не подходит по смыслу задачи.</p> <p>Ответ: б) $x(x - 20) = 1500$; 50 м.</p>	<p><i>некорректной считается запись: в треугольнике ABC все $\angle =$; правильный вариант: в $\triangle ABC$ все углы равны.</i></p> <p>Перенос формулы или выражения с одной строки на другую разрешается производить только на знаках сложения, вычитания, умножения и равенства. При переносе знаки «+», «-» и «=» повторяются на следующей строке, знак умножения заменяется «х», который тоже повторяется на следующей строке. Черта дроби не разрывается.</p>
19	<p>В экзаменационных работах учитель подчеркивает ту запись (позицию), с которой начинается ошибочное решение, зачеркивает неверный ответ и записывает правильный вариант ответа, в том числе, исправляет орфографические и пунктуационные ошибки. При этом, орфографические, пунктуационные ошибки не учитываются при выставлении отметки за работу.</p> <p>Исправление ошибок, допущенных учащимся, написание правильного варианта, другие записи производятся ручкой с красным стержнем.</p> <p>Если в экзаменационной работе одна и та же ошибка встречается несколько раз, то ее засчитывают как одну (<i>начиная с того задания, где впервые встретилась ошибка и оценивая по этому заданию</i>).</p>	<p>Метадичныя рэкамендацыі, п.33, с.12; п.37, с.13.</p>
20	<p>На полях листа экзаменационной работы напротив каждого выполненного задания (например, напротив слова «Ответ») записывается количество баллов, которым оценено соответствующее</p>	<p>Метадичныя рэкамендацыі, п.34, с.12.</p> <p>Методические указания от 15.09.2022 Сборник заданий для выпускного экзамена за период обучения и воспитания на II ступени общего</p>

	<p>задание. После решения последнего задания записывается суммарное количество баллов за выполненные задания, которое переводится в соответствующую отметку. Отметка записывается в соответствующей строке.</p> <p>Вопрос, к какой категории отнести ту или иную ошибку, должен рассматриваться и обсуждаться членами предметной комиссии в каждом конкретном случае. При этом учитывать, насколько полно и осмысленно пользуется учащийся математическими фактами, методами и приемами.</p>	<p>среднего образования. Издательство «Национальный институт образования», 2020, 2021, 2022, 2023 годы издания (зборнік матэрыялаў, выдавецтва “Нацыянальны інстытут адукацыі”, 2020, 2023 гады выдання). Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п.52</p>
21	<p>Экзаменационные работы учащихся после проверки и выставления отметок подписываются председателем и членами экзаменационной комиссии согласно приложению 7 Методических рекомендаций. <i>Если после итоговой отметки отсутствуют строки для подписей председателя и членов экзаменационной комиссии, то записи производятся на полях экзаменационной работы этой же страницы.</i></p>	<p>Метадычныя рэкамендацыі, п.24, с.13, дадатак 7.</p>
22	<p>Проверка экзаменационных работ осуществляется в помещении школы и должна быть завершена не позже, чем за день до проведения следующего экзамена.</p> <p>Отметки, полученные учащимися на выпускных экзаменах, которые проводятся в письменной форме, объявляются не позднее, чем за день до проведения следующего выпускного экзамена.</p> <p>В случае разногласий между членами экзаменационной комиссии в оценивании письменной работы (выставлении итоговой отметки) вопрос решается большинством голосов с обязательной записью в протокол выпускного экзамена</p>	<p>Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п.п.49, 52</p>

	<p>мнений членов комиссии, которые не согласны с выставленной отметкой. (образец протокола - приложение 26, Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184)</p> <p>Окончательное решение по спорным вопросам принимается отделом образования местного исполнительного и распорядительного органов по месту нахождения учреждения образования.</p>	
23	<p>Итоговая отметка по учебному предмету «Математика» выставляется как среднее арифметическое экзаменационной и годовой отметок.</p> <p>Положительная итоговая отметка не может быть выставлена при получении на выпускном экзамене неудовлетворительной отметки.</p> <p>Пересмотру не подлежат отметки, полученные на выпускных экзаменах и др.</p>	Постановление МО РБ от 11.07.2022 №184, п.п.53, 54
24	<p>Документы о выпускных экзаменах в учреждениях общего среднего образования (протоколы, ведомости отметок, экзаменационные письменные работы учащихся прошиваются) хранятся в архиве учреждения образования в течение 75 лет.</p>	Постановление Министерства образования Республики Беларусь и Министерства юстиции Республики Беларусь от 30 ноября 2009 г. №72/76, глава 16, п.369 (с изменениями и дополнениями).

Проверка и оценивание экзаменационных работ

Основные требования к решению математической задачи:

1) **Правильность** решения – отсутствие математических и логических ошибок, среди математических ошибок различают существенные, несущественные; логические ошибки – ошибки в рассуждениях, доказательствах, определениях, вызванные нарушением правил и законов логики.

2) **Обоснованность** решения – пояснительный текст, сопровождающий решение, содержащий ссылки на известные теоретические факты (аксиомы, теоремы, следствия).

3) **Полнота** решения – рассмотрение всех, в том числе частных случаев, если в условии задачи специально не оговорено, что достаточно рассмотреть один из случаев.

4) **Соблюдение правил** орфографии и пунктуации, математической лексики.

При оценке результатов учебной деятельности учащихся учитывается характер допущенных ошибок: **существенных** и **несущественных**.

К категории **существенных** относятся ошибки, свидетельствующие о том, что учащийся не знает формул, не усвоил математические понятия, правила, утверждения, не умеет оперировать ими и применять при выполнении заданий.

Существенными считаются ошибки, допущенные:

в определении основных понятий, законов, правил, утверждений, в формулах, общепринятых символах обозначений величин, единицах их измерения (перевод единиц);

в наименовании единиц измерения;

в применении алгоритмов для решения задач, уравнений, неравенств, систем, приводящие к логическим ошибкам или искажению конечного результата;

при чтении и построении графиков, нахождении значения функции по значению аргумента и ее графику, нахождении области определения функции; неучет области определения функции при выполнении различных заданий;

при решении иррациональных, показательных и логарифмических уравнений (потеря корня или приобретение посторонних корней);

при вычислении в заданиях, цель которых – проверить уровень сформированности вычислительных навыков;

при выполнении арифметических действий;

при выполнении преобразований различных выражений, связанных с незнанием правил, свойств, формул, законов и алгоритмов, правил сокращения дробей;

при делении натуральных чисел или десятичных дробей, связанных с пропуском нуля в частном; потерей или неправильной постановкой запятой в частном;

в выборе знака в результате выполнения действий над отрицательными числами и числами разных знаков; при раскрытии скобок, если перед скобками стоял знак «–»; при переносе слагаемых из одной части уравнений или неравенств в другую;

в формулах (корней квадратного уравнения, сокращенного умножения, основных тригонометрических тождеств, формул приведения, нахождение производных функций, формул для нахождения площадей боковых, полных поверхностей и объемов многогранников и тел вращения, иных формул);

при решении неравенств, связанные с сохранением знака неравенства при делении обеих его частей на одно и то же отрицательное число, без учета свойства монотонности функции (показательной и логарифмической);

при записи корней тригонометрических уравнений, обусловленной незнанием или неверным применением формул корней для решения простейших тригонометрических уравнений;

при указании координат точки;

при формулировании утверждения при доказательстве или обосновании решения;

при выполнении измерений и построений с помощью циркуля и линейки;

при изображении фигур на плоскости и фигур в пространстве;

при проведении высот (треугольников, четырехугольников и иных фигур), при изображении расстояния от точки до прямой, расстояния между прямыми.

К категории **несущественных** относятся ошибки, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении знаний и умений; отдельные ошибки вычислительного характера, в формулировке вопросов, определений, математических утверждений, ошибки, которые не привели к искажению способа выполнения задания; небрежное выполнение записей, рисунков, графиков, схем, диаграмм, таблиц, ошибки в написании математических терминов.

Несущественными считаются также следующие ошибки:

неточность формулировок, определений, понятий, утверждений;
нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа;

неправильная постановка вопроса к действию при решении задачи;

недоведение до конца преобразования;

неправильное использование в отдельных случаях наименований единиц измерения;

сохранение в окончательном результате при вычислениях или преобразованиях выражений неправильной дроби или сократимой дроби;

случайные погрешности в вычислениях при решении геометрических, алгебраических задач и выполнении тождественных преобразований.

3. При оценке результатов учебной деятельности учащихся следует учитывать все ошибки (существенные и несущественные). Количество баллов за выполнение задания снижается не менее чем на **50 %**, если в нем допущена **существенная ошибка**, и не менее чем на **10 %**, если в нем допущена **несущественная ошибка**. Количество баллов за **нерациональный способ решения задачи, математических преобразований и вычислений, небрежное выполнение записи, рисунка, чертежа, графика, схемы; ошибки в записи математического термина** снижается не менее чем на **5 %**.

4. В случае, если суммарное количество баллов, набранных учащимся по результатам выполнения работы с учетом допущенных ошибок, является не целым числом, то оно округляется до целого числа по правилам математического округления, а затем переводится в отметку по десятибалльной шкале.

Отметки за выполнение заданий экзаменационной работы выставляются с применением следующих шкал:

шкала, определяющей максимальное количество баллов за каждое задание (шкала 1);

шкала перевода суммарного количества баллов, полученных учащимся за выполнение экзаменационной работы, в отметки в баллах по десятибалльной шкале (шкала 2).

Отметка за выполнение экзаменационных работ выставляется с применением шкалы 2.

Шкала 1.

Номер задания	Максимальное количество баллов за выполнение задания
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
	Суммарный максимальный балл за выполнение всех заданий – 55


Шкала 2.

Количество баллов, полученных учащимся	Отметка в баллах по десятибалльной шкале
1	1
2-4	2
5-7	3
8-12	4
13-18	5
19-25	6
26-33	7
34-42	8
43-52	9
53-55	10

Наиболее частые существенные, несущественные ошибки в записях учащихся приведены в таблице слева и образцы решений такого типа задач (из учебных пособий, имеющих гриф «Допущено Министерством образования Республики Беларусь») – справа:

Существенные, несущественные ошибки в записях учащихся	Корректная запись
<p>9. РЕШЕНИЕ</p> $\frac{3}{x^2-9x+18} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x-4}{x^2-5x-6};$ $x^2-9x+18=0; \quad x^2-5x-6=0;$ $D = 81-72=9>0; \quad \Delta \text{КОРНИ}; \quad D = 25+24=49;$ $x_1 = \frac{9-3}{2} = \frac{6}{2} = 3; \quad x_1 = \frac{5+7}{2} = 6;$ $x_2 = \frac{9+3}{2} = \frac{12}{2} = 6; \quad x_2 = \frac{5-7}{2} = -1;$ $\frac{3}{(x-3)(x-6)} + \frac{x-6}{(x-3)(x-6)} = \frac{2x-4}{(x-6)(x+1)};$ $\frac{3+x-6}{(x-3)(x-6)} + \frac{2x-4}{(x-6)(x+1)} = 0;$ $\frac{x-3}{(x-3)(x-6)} - \frac{2x-4}{(x-6)(x+1)} = 0;$ $\frac{1}{x-6} - \frac{2x-4}{(x-6)(x+1)} = 0;$ $\frac{x+1-2x+4}{(x-6)(x+1)} = 0;$ $\frac{8-x}{(x-6)(x+1)} = 0;$ $x=8;$ $\begin{cases} x \neq 6; \\ x \neq -1; \end{cases}$ <p>ответ: 8.</p>	<p>⊗ Чтобы решить дробно-рациональное уравнение, нужно:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 Перенести все слагаемые из правой части уравнения в левую. 2 Преобразовать левую часть уравнения к рациональной дроби. 3 Применить условие равенства дроби нулю. 4 Записать ответ. <p>Решите уравнение $\frac{9x^2-4}{x-1} = \frac{5-10x}{1-x}$.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 $\frac{9x^2-4}{x-1} - \frac{5-10x}{1-x} = 0.$ 2 $\frac{9x^2-4}{x-1} + \frac{5-10x}{x-1} = 0; \quad \frac{9x^2-4+5-10x}{x-1} = 0.$ 3 $\frac{9x^2-10x+1}{x-1} = 0.$ 4 $\begin{cases} 9x^2-10x+1=0, \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{9}, \\ x = 1, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$ <p>4 Ответ: $\frac{1}{9}$.</p>

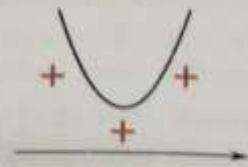
5. Решение,
 $x^2 + 5x \geq 0;$
 $x^2 + 5x = 0;$
 $x(x+5) = 0;$



$\begin{cases} x=0; \\ x=-5; \end{cases}$
 Ответ: $x \in (-\infty; -5] \cup [0; +\infty)$

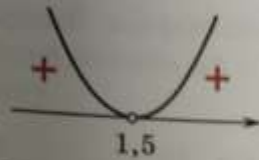
Решите неравенство:
 а) $x^2 + 3 > 0;$
 б) $4x^2 - 12x + 9 > 0.$

а) ① Уравнение $x^2 + 3 = 0$ не имеет корней, т. е. функция $y = x^2 + 3$ не имеет нулей. Ветви параболы направлены вверх.



② Положительные значения функция $y = x^2 + 3$ принимает при всех значениях аргумента.
 ③ Ответ: $x \in \mathbb{R}.$

б) ① Найдем нули функции $y = 4x^2 - 12x + 9.$
 $4x^2 - 12x + 9 = 0;$
 $(2x - 3)^2 = 0; x = 1,5.$
 Ветви параболы направлены вверх.



② Положительные значения функция принимает при всех значениях x , кроме $x = 1,5.$
 ③ Ответ:
 $x \in (-\infty; 1,5) \cup (1,5; +\infty).$

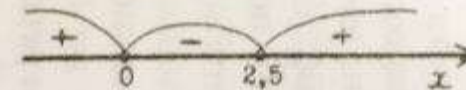
Способ 2. Решим неравенство методом интервалов. Найдем нули функции $y = 2x^2 - 5x$:

$$2x^2 - 5x = 0,$$

$$x(2x - 5) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x = 2,5.$$

Отметим промежутки, на которые разбивается координатная прямая числами 0 и 2,5, и определим знак значений функции $y = x(2x - 5)$ на каждом из промежутков.



Ответ: $(0; 2,5)$.

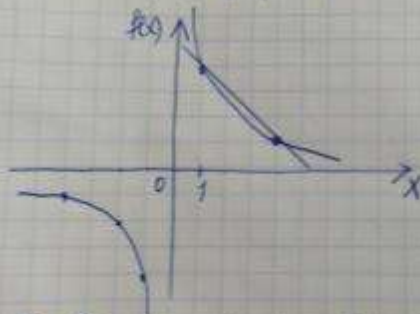
8. Решение

$f(x) = \frac{4}{x}$ - гипербола

$g(x) = 5 - x$ - прямая

x	2	1	4	-2	-1	-4
f(x)	2	4	1	-2	-4	-1

x	1	4
g(x)	4	1

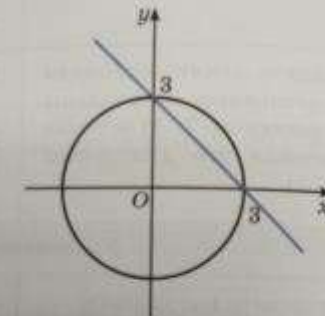


Ответ: график построен; $(1; 4)$; $(4; 1)$

176 Глава 3

7. Решите систему уравнений
 $\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$ используя графический метод.

График первого уравнения — прямая, проходящая через точки $(3; 0)$, $(0; 3)$. График второго уравнения — окружность с центром в начале координат и радиусом, равным 3.



Координаты точек пересечения $(3; 0)$, $(0; 3)$ — решения системы.

Пример 3. Определите количество решений системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x^2 + 2x + 4. \end{cases}$$

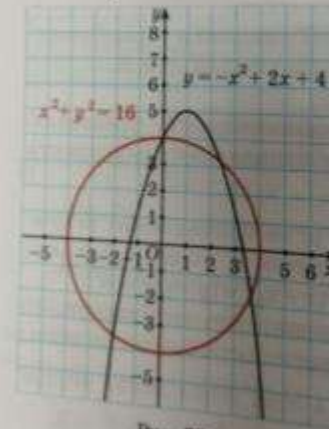


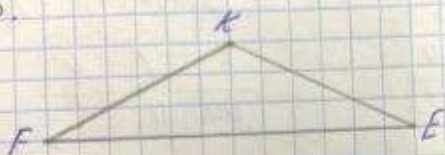
Рис. 75

Решение. Построим графики уравнений системы. Первое уравнение — это уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом, равным 4. Графиком второго уравнения является парабола с вершиной в точке (1; 5), пересекающая ось ординат в точке (0; 4).

Построенные графики пересекаются в четырех точках (рис. 75). Значит, данная система уравнений имеет 4 решения.

Ответ: 4 решения.

6.



Дано:
KFE — тупой;

$$FE = 2\sqrt{2} \text{ см};$$

$$\angle F = 15^\circ;$$

$$\angle K = 135^\circ;$$

Найти:

KF;

Решение

$$\angle E = 180^\circ - (\angle F + \angle K) = 180^\circ - (15^\circ + 135^\circ) = 30^\circ$$

По теореме синусов $\frac{EF}{\sin K} = \frac{KF}{\sin E}$;

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} = \frac{KF}{\sin 30^\circ};$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2KF;$$

$$4 = 2KF; \quad KF = 2; \quad \text{Ответ: } 2 \text{ см.}$$

Решение

$$y = \sqrt{x^2 - 25} + \sqrt{x - 5};$$

$$\begin{cases} x^2 - 25 \geq 0, \\ x - 5 \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-5)(x+5) \geq 0, \\ x \geq 5; \end{cases}$$



6) Ответ: $x \in [5; +\infty)$

Задача 2. Две стороны треугольника равны 6 и 10, его площадь — $15\sqrt{3}$. Найти третью сторону треугольника при условии, что противолежащий ей угол — тупой.

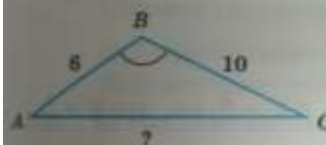


Рис. 171

Решение. Пусть в $\triangle ABC$ стороны $AB = 6$, $BC = 10$ и $S_{ABC} = 15\sqrt{3}$ (рис. 171).

Поскольку $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin B$, то

$$15\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \cdot \sin B, \quad \text{откуда} \quad \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Так как $\sin 60^\circ = \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и по условию

$\angle B$ — тупой, то $\angle B = 120^\circ$, $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$. Для нахождения стороны AC применим теорему косинусов: $AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2 \cdot BA \cdot BC \cdot \cos B$,

$$AC^2 = 6^2 + 10^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 196, \quad AC = 14.$$

Ответ: 14.

6. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x - 4}}.$$

Так как функция $y = \sqrt{t}$ определена для $t > 0$, то решим неравенство

$\frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x - 4} > 0$. Данное неравенство равносильно неравенству

$$\frac{x(x^2 - 7x + 12)}{x - 4} > 0 \Leftrightarrow \frac{x(x - 4)(x - 3)}{x - 4} > 0.$$

Для нахождения нулей функции

$$f(x) = \frac{x(x - 4)(x - 3)}{x - 4}$$

используем условие равенства дроби нулю:

$$\frac{x(x-4)(x-3)}{x-4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 3, \\ x = 4, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = 3. \end{cases}$$

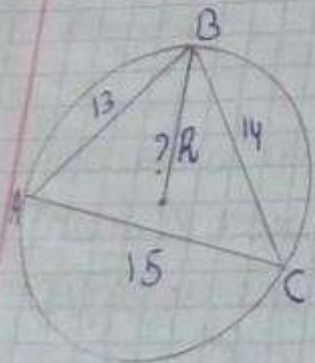
При $x = 4$ значение функции не существует.

Построим схему графика функции. При переходе через точку 4 положение графика относительно оси не меняется, так как множитель $(x - 4)$ входит и в числитель, и в знаменатель, а при переходе через точки 0 и 3 положение графика меняется.



$$D(y) = (-\infty; 0] \cup [3; 4) \cup (4; +\infty).$$

8. Решение.



Для треугольника, вписанного в окружность и для которого радиус справедлива формула $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$;

Для нахождения площади треугольника используем формулу Герона;

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};$$

$$3) S = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3} = 84(\text{см}^2);$$

$$p = \frac{13+14+15}{2} = \frac{42}{2} = 21(\text{см});$$

2. Описанная трапеция

Задача 2. Найти площадь описанной равнобедренной трапеции с основаниями a и b .

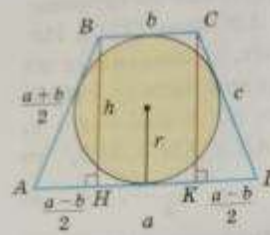


Рис. 142

Решение. Площадь трапеции можно найти по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$. Пусть в трапеции $ABCD$ основания $AD = a$ и $BC = b$, $AB = CD = c$ — боковые стороны, $BH = h$ — высота (рис. 142). По свойству описанного четырехугольника $AB + CD = AD + BC$, откуда $2AB = a + b$, $AB = c = \frac{a+b}{2}$. Известно, что в равнобе-

дренной трапеции $AH = \frac{a-b}{2}$ (можно опустить высоту CK и убедиться в этом). Из прямоугольного треугольника AHB получаем: $h^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$,

$$h = \sqrt{ab}. \text{ Отсюда } S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot \sqrt{ab}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{a+b}{2} \cdot \sqrt{ab}.$$

10. Решим.

$$\frac{x+169}{\sqrt{-x}+13} = \frac{x+169}{\sqrt{-x}+13} \cdot \frac{\sqrt{-x}-13}{\sqrt{-x}-13} = \frac{(x+169)}{(-x)+13}$$

$$\cdot \frac{(\sqrt{-x}-13)}{(\sqrt{-x}-13)} = \frac{(x+169)(\sqrt{-x}-13)}{((\sqrt{-x}+13)(\sqrt{-x}-13))} = \frac{(x+169)}{-x-169}$$

$$\cdot \frac{(\sqrt{-x}-13)}{(\sqrt{-x}-13)} = - \frac{(x+169)(\sqrt{-x}-13)}{-169} = \frac{(x+169)(\sqrt{-x}-13)}{169}$$

$$= -(\sqrt{-x}-13) = -\sqrt{-x}+13.$$

Ответ: $-\sqrt{-x}+13$.

Найдите значение выражения $\frac{7}{\sqrt{11}-2} + \frac{5}{4+\sqrt{11}}$.

Избавимся от иррациональности в знаменателе каждой дроби:

$$\frac{7}{\sqrt{11}-2} = \frac{7(\sqrt{11}+2)}{(\sqrt{11}-2)(\sqrt{11}+2)} = \frac{7(\sqrt{11}+2)}{11-4} = \frac{7(\sqrt{11}+2)}{7} = \sqrt{11}+2;$$

$$\frac{5}{4+\sqrt{11}} = \frac{5(4-\sqrt{11})}{(4+\sqrt{11})(4-\sqrt{11})} = \frac{5(4-\sqrt{11})}{16-11} = 4-\sqrt{11}.$$

Тогда $\frac{7}{\sqrt{11}-2} + \frac{5}{4+\sqrt{11}} = \sqrt{11}+2+4-\sqrt{11} = 6.$

3. Решим.

$$18a^3 \cdot \frac{5b^2}{9a^2a^3} = 2 \cdot \frac{5b^2}{a^3} = \frac{10b^2}{a^3}.$$

Ответ: $\frac{10b^2}{a^3}$.

Пример:

$$2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{13}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{13 \cdot 15 : 5}{5 \cdot 4 : 5} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}.$$

Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно представить целое число в виде неправильной дроби и выполнить умножение по правилу умножения обыкновенных дробей:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{4 \cdot 3}{15 \cdot 1} = \frac{4}{5}.$$

Федорович Наталья Михайловна, начальник учебно-методического отдела естественно-математических дисциплин ГУО «Гомельский областной институт развития образования»,

Струк Александр Николаевич, учитель квалификационной категории «учитель-методист» ГУО «Средняя школа №61 г.Гомеля»